1

THEORIE DE LA GRAVITATION

PHYS-F 432 - Stephane Détournay

Rien n'est établi

I INTRO - CONTEXTE - OBJECTIF

Intro:

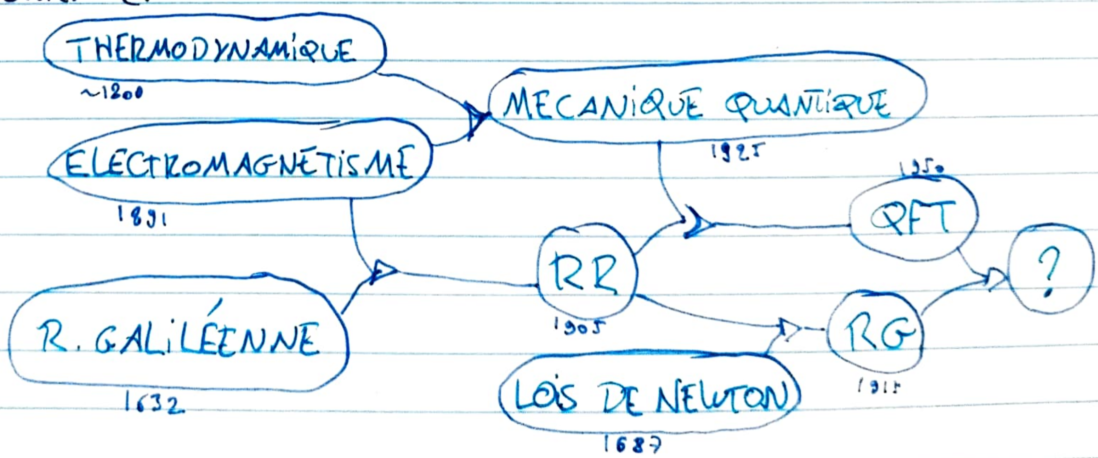
→ But du cours: fournir une intro à la RG (relativité générale) (1915) d'Einstein.

- → Description moderne de l'intéraction gravitationelle.
- → gravitation se manifeste par une courbure de l'ET (espace-temps).
- → Forme générique: $G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$

Nécessité de la RG:

→ La RR (relativité restreinte) est née d'une contradiction entre les équations de Maxwell (vitesse de la lumière absolue) et les lois du mouvement de galilée (addition des vitesses)

→ La GR résout la contradiction entre la RR et la gravitation newtonienne.



Contradictions entre la RR et Newton:

① Propagation instantanée:

② Invariance de Lorentz:

La force $\vec{F} = G \frac{m.M}{|\vec{r}|^2} \cdot \vec{1_r} = m. \vec{g}_M$ est invariante sous les transformations de galilées.

$$\begin{cases} t' = t & y' = y \\ x' = x - vt & z' = z \end{cases} \quad \text{puisque } |\vec{r}|^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 = |\vec{r}'|^2$$

Mais cette force n'est pas invariante sous les transformations de Lorentz reliant 2 observateurs inertiels :

$$\begin{cases} t' = \gamma(t - vx/c^2) & y' = y \\ x' = \gamma(x - vt) & z' = z \end{cases} \quad \text{où } \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

③ Non linéarité d'une théorie relativiste de la gravitation

D'après la RR, la masse est une forme d'énergie. Or, la gravité couple à la masse ⇒ elle doit aussi coupler à l'énergie, et donc en particulier à l'énergie gravitationnelle, donc à elle-même.

Or, la loi Newtonienne est linéaire :

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho$$

⊙ Comparaison avec l'EM :

La force coulombienne entre 2 charges ponctuelles et stationnaires est :

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{|\vec{r}|^2} \cdot \hat{\vec{r}} \equiv q \cdot \vec{E}_Q$$

→ Même reproches qu'à la loi de Newton ⇝ équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \partial_\alpha F^{\alpha\beta} = \mu_0 J^\beta \\ F_{[\alpha\beta,\gamma]} = 0 \end{cases}$$

où $F_{\mu\nu}$ est le tenseur de Faraday : $F_{\mu\nu} \doteq \begin{pmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z/c & B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$

et $J^\alpha = (c\rho, \vec{J})$

→ La force coulombienne est alors changée pour la force de Lorentz :

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad ; \quad F^\alpha = q\, u_\beta F^{\alpha\beta}$$

avec : $F^\alpha \equiv dp^\alpha/d\tau$, $p^\alpha \doteq (\gamma mc, m\vec{v})$ et $u_\beta \equiv dx_\beta/d\tau$

↳ La force de Lorentz est covariante

→ Formulation en terme de potentiel :

$(\vec{E}, \vec{B}) \leftrightarrow A_\mu \doteq (-\phi/c, \vec{A})$. On a $E = -\nabla\phi - \partial_t A$ et $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, ou en formulation covariante :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

Principe d'équivalence

"L'idée la plus heureuse de ma vie".

→ Découle de 2 observations :

① L'effet de la gravité est universel.

② La gravité est toujours attractive. On ne peut pas écranter la gravitation (en EM, on a la cage de Faraday).

→ La gravité est partout et affecte tout les corps de la même manière.

→ Elément central du principe d'équivalence : égalité entre masse inerte m_i et masse gravitationelle m_g.

Masse inertielle	Masse gravitationelle
$\vec{F} = m_i . \vec{a}$	$\vec{F} = m_g . \vec{g}$

$$\rightarrow \bar{a} = \frac{m_g}{m_i} . \vec{g}$$

Expérimentalement, on trouve $|1 - m_i/m_g| \lesssim 10^{-14}$.

⊙ L'ascenseur d'Einstein :

→ On suppose une personne dans une cabine d'ascenseur fermée.

① La personne sent une force l'attirer vers le bas :

L'ascenseur se trouve dans un champ de pesanteur. Cette force est la gravitée.	L'ascenseur est accéléré vers le haut, en dehors de tout champ gravitationel.

② La personne ne sent aucune force agissant sur elle.

L'ascenseur est en chute libre dans le champ de gravitation terrestre	L'ascenseur est dans l'espace, loin de tout champ gravitationel.

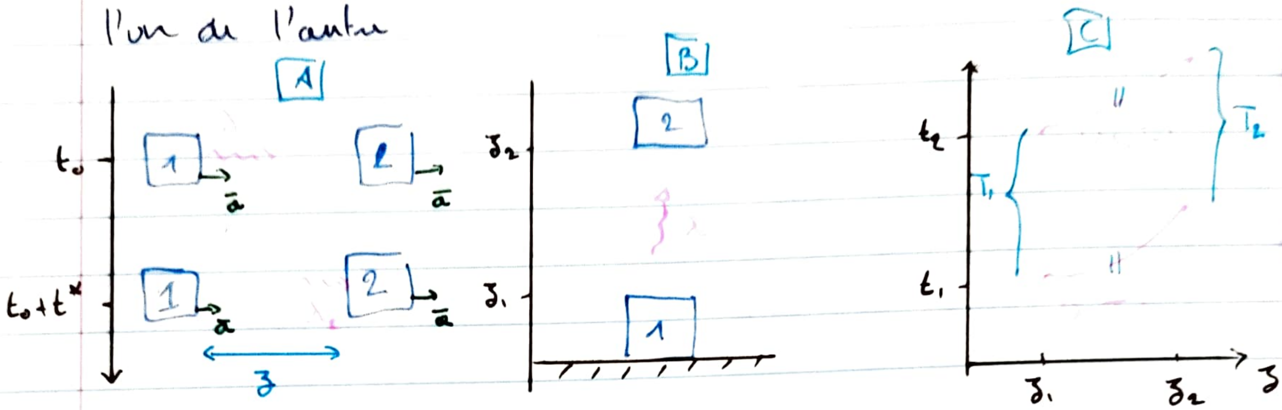
→ Dans ce référentiel, les lois physiques en l'absence de gravité doivent être applicables.

DEF Principe d'équivalence (1) : En tout point de l'E-T, il est possible de choisir un système de coordonnées, tel que, localement, autour de ce point, les lois de la Nature prennent la même forme qu'en l'absence de gravitation dans un référentiel inertiel. [Weinberg]

DEF : Principe d'équivalence (2): Localement, aucune expérience ne permet de faire la distinction entre un champ de gravitation et une accélération uniforme [Hartle]

⊙ Conséquence du Principe d'Equivalence (PE):

Considérons 2 fusées d'accélération $\bar{a}$ situées à une distance z l'une de l'autre



→ à l'instant t_0, un γ est émis par 1. Au 1er ordre en v/c, le γ est receptionné en $t^* = z/c$.

→ La vitesse de 2 lorsqu'il reçoit le γ est : $v_r = v_{em} + a.z/c$. Par effet Doppler, on a :

redshift $$z = \frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v_r - v_e}{c} = \frac{a.z}{c^2}$$

→ En vertu de PE, $\boxed{A}$ est équivalent à $\boxed{B}$:

$$\frac{\lambda_r - \lambda_e}{\lambda_e} \doteq \frac{g.z}{c^2}$$

→ Si après une période, on renvoie un 2e flash ($\boxed{C}$), on s'aperçoit que les périodes sont $\neq$: $T_2 > T_1$

→ Conclusion : le temps s'écoule plus rapidement quand on s'élève dans un champ de gravitation. C'est le redshift gravitationnel